

# Integrated GPS/INS/Magnetometer Navigation System

Chosun University

Dept. of Aerospace Engineering

Lap. for Navigation, Control & Application

Kim, Jongmyeong(Master Course)

# Contents

- **Introduction**
- **System Model**
- **Extended Kalman Filter**
- **Simulation & Result**
- **Future Plan**

# Introduction

# Introduction

## ◆위성항법장치(GPS, Global Positioning System)

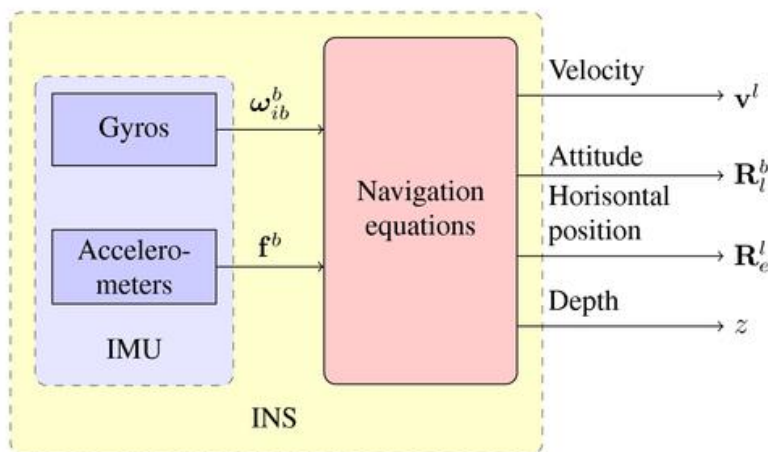
- ✓비행기, 선박, 자동차뿐만 아니라 세계 어느 곳에서든지 인공위성을 이용하여 자신의 위치를 정확히 알 수 있는 시스템.
- ✓GPS는 현재 단순한 위치정보 제공에서부터 항공기, 선박, 자동차의 자동항법 및 교통관제, 유조선의 충돌방지 등 광범위한 분야에 응용되고 있으며, GPS 수신기는 개인 휴대용에서부터 위성 탑재용까지 다양하게 개발되어 있다.



# Introduction

## ◆ 관성항법장치(INS, Inertial Navigation System)

- ✓ 자이로와 가속도계 구성된 IMU와 연산장치를 사용하여 자세, 위치, 속도 등을 감지하여 목적지까지 항로를 유도하는 장치로 주로 군사무기에 이용되고 있다.
- ✓ INS의 장점은 기상상태나 전파의 방해의 영향을 받지 않는다는 것이다. 하지만 사용시간이 길어질수록 오차가 급증하는 단점이 있다.



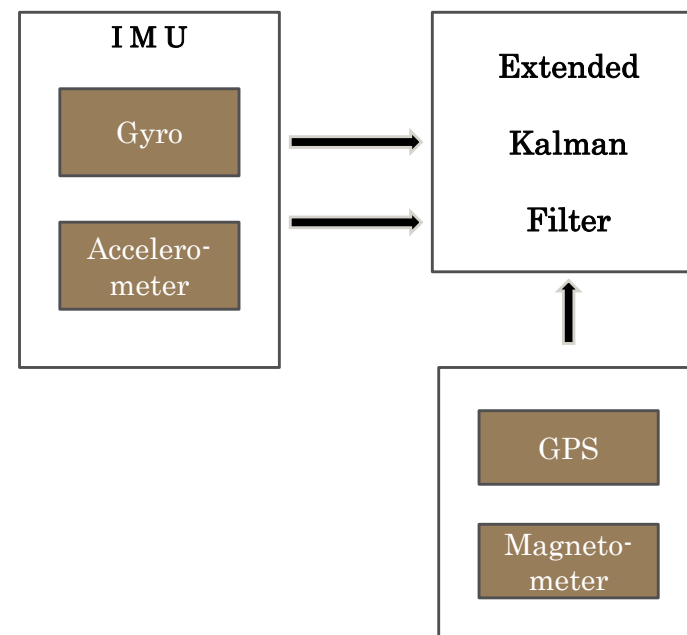
# Introduction

## ◆GPS/INS/Magnetometer 항법시스템

✓ GPS/INS 통합항법은 INS로 부터 얻은 데이터를 GPS로 얻은 데이터로 보정하는 시스템이다.

✓ 서로의 단점을 보완하고 더욱 정밀한 항법 시스템을 구축

✓ 자기력계를 Measurement에 추가 하여 오차를 줄인다.



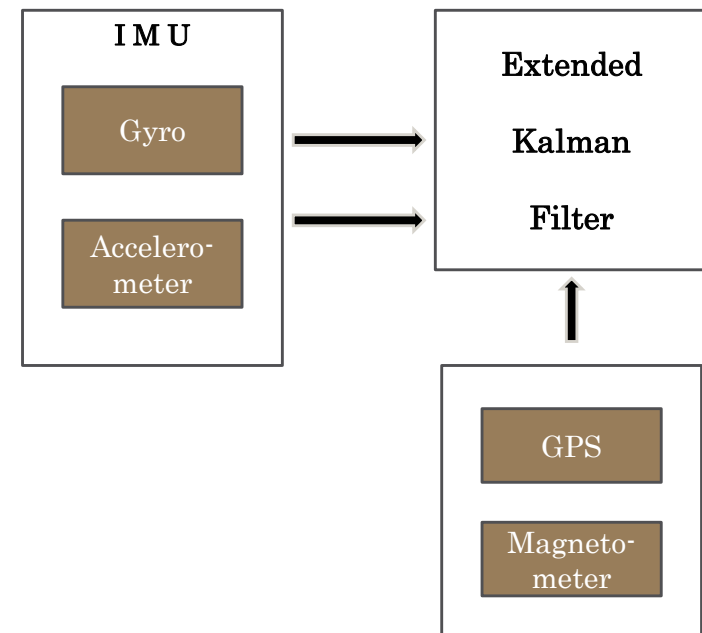
# Introduction

## ◆ Purpose

✓ GPS/INS/Magnetometer를 활용하여 자세, 위치 속도 등을 구할 수 있는 항법 알고리즘의 이해

✓ 주어진 항법 알고리즘을 활용하여 Filter를 설계

✓ 수치 시뮬레이션으로 성능 검증



# System Model



# System Model

## INS Equations

- INS의 목적은 기체의 위치 및 방향을 추정하는 것이다.
- 기본적인 INS equations는 NED 좌표를 사용한다.
- State는 자세, 위도(latitude,  $\phi$ ), 경도(longitude,  $\lambda$ ), 고도(height,  $h$ ), NED에서 각축의 속도( $v_N, v_E, v_D$ )이다.

# System Model

## INS Equations

- 쿼터니언(quaternion)

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\Omega(\boldsymbol{\omega})\mathbf{q} = \frac{1}{2}\Xi(\mathbf{q})\boldsymbol{\omega}$$

- 여기에서,  $\mathbf{q} = [\mathbf{p}^T \ q_4]^T = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$ 이고 변환 행렬은 다음과 같다.

$$\Omega(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}\times] & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^T & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_4 I_{3\times 3} + [\mathbf{p}\times] \\ -\mathbf{p}^T \end{bmatrix}, \quad [\boldsymbol{\omega}\times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

# System Model

## INS Equations

- 쿼터니언(quaternion)

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\Omega(\omega)\mathbf{q} = \frac{1}{2}\Xi(\mathbf{q})\omega$$

- 쿼터니언은 비선형성이 작고 오일러 표현법에 비해 특이점이 없다는 장점 때문에 많이 사용되고 있다.
- 하지만 아래와 같은 수식과 같이 크기에 대한 제약조건을 가지고 있어 정규화를 통해 지속적으로 갱신을 수행해야 한다.

$$\mathbf{q}^T \mathbf{q} = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1$$

# System Model

## INS Equations

- Position(NED) & Velocity(NED)

$$\dot{\phi} = \frac{v_N}{R_\phi + h}$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v_E}{(R_\lambda + h) \cos \phi}$$

$$\dot{h} = -v_D$$

$$\dot{v}_N = \left[ \frac{v_E}{(R_\lambda + h) \cos \phi} + 2\omega_e \right] v_E \sin \phi + \frac{v_N v_D}{R_\phi + h} + a_N$$

$$\dot{v}_E = \left[ \frac{v_E}{(R_\lambda + h) \cos \phi} + 2\omega_e \right] v_E \sin \phi + \frac{v_E v_D}{R_\lambda + h} + 2\omega_e v_D \cos \phi + a_E$$

$$\dot{v}_D = -\frac{v_E^2}{R_\lambda + h} - \frac{v_N^2}{R_\phi + h} - 2\omega_e v_E \cos \phi + g + a_D$$

# System Model

- Gyro

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b = (I_{3 \times 3} + S_g) \boldsymbol{\omega}_b + \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\eta}_g$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_g = \boldsymbol{\eta}_{gb}$$



$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}'_b = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b - A_N^B(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega}_{N/I}^N$$

- Accelerometer

$$\tilde{\mathbf{a}}_b = (I_{3 \times 3} + S_a) \mathbf{a}_b + \boldsymbol{\beta}_a + \boldsymbol{\eta}_{av}$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_a = \boldsymbol{\eta}_{au}$$



$$\tilde{\mathbf{a}}_n = A_B^N(\mathbf{q}) \tilde{\mathbf{a}}_b$$

# System Model

- GPS

$$\tilde{\mathbf{P}}_k^n = \mathbf{P}_k^n + \boldsymbol{\sigma}_p$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_k^n = \mathbf{V}_k^n + \boldsymbol{\sigma}_v$$

Magnetometer

$$\tilde{\mathbf{m}}_b = A(\mathbf{q})\mathbf{m}_n + \boldsymbol{\eta}_m$$

- 본 연구에서 모델링한 4개의 센서 오차와 바이어스 미분은 가우시안 분포도를 따른다.
- 연구의 결과에 대한 정확도를 높이기 위해 INS의 Bias와 Scale Factor도 고려했다.

**E.K.F**

# Extended Kalman Filter

- State, state – error vector, process noise vector

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{q}^e \\ \mathbf{P}^e \\ \mathbf{V}^e \\ \boldsymbol{\beta}_g \\ \boldsymbol{\beta}_g \\ \mathbf{s}_g \\ \mathbf{s}_a \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \mathbf{P}^e \\ \Delta \mathbf{V}^e \\ \Delta \boldsymbol{\beta}_g \\ \Delta \boldsymbol{\beta}_g \\ \Delta \mathbf{s}_g \\ \Delta \mathbf{s}_a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_g \\ \boldsymbol{\eta}_{gb} \\ \boldsymbol{\eta}_a \\ \boldsymbol{\eta}_{ab} \end{bmatrix}$$



# Extended Kalman Filter

- Covariance

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_g I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_{gb} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_a I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_{ab} I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_p I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_v I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_m I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

# Extended Kalman Filter

- Propagation

$$\hat{\omega}_{B/N}^B = (I_{3 \times 3} - \mathcal{K}_g)(\tilde{\omega}_{B/I}^B - \hat{\beta}_g) - A_N^B(\hat{\mathbf{q}})\omega_{N/I}^N$$

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \Xi(\hat{\mathbf{q}}) \hat{\omega}_{B/N}^B$$

$$\hat{\mathbf{a}}^B = (I_{3 \times 3} - \mathcal{K}_a)(\tilde{\mathbf{a}}^B - \hat{\beta}_a)$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_p(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{v}}^N)$$

$$\hat{\mathbf{v}}^N = \mathbf{f}_v(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{v}}^N) + \hat{\mathbf{a}}^N$$

$$\dot{P} = FP + PF^T + GQG^T$$



# Extended Kalman Filter

- Update

$$P_k^+ = [I - K_k H_k] P_k^-$$

$$\Delta \mathbf{x}_k = K_k [\tilde{\mathbf{y}}_k - \hat{\mathbf{y}}_k]$$

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} p^N \\ v_{NED} \\ m_b \end{bmatrix}_k$$

$$\hat{\mathbf{q}}_k^+ = \hat{\mathbf{q}}_k^- + \frac{1}{2} \Xi(\hat{\mathbf{q}}_k^-) \delta \hat{\mathbf{a}}_k^+, \text{ re-normalize quaternion}$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k^{e+} = \hat{\mathbf{P}}_k^{e-} + \Delta \hat{\mathbf{P}}_k^{e+}$$

$$\hat{\mathbf{V}}_k^{e+} = \hat{\mathbf{V}}_k^{e-} + \Delta \hat{\mathbf{V}}_k^{e+}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{gk}^+ = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{gk}^- + \Delta \hat{\boldsymbol{\beta}}_{gk}^+$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ak}^+ = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{ak}^- + \Delta \hat{\boldsymbol{\beta}}_{ak}^+$$

$$\hat{\mathbf{k}}_{gk}^+ = \hat{\mathbf{k}}_{gk}^- + \Delta \hat{\mathbf{k}}_{gk}^+$$

$$\hat{\mathbf{k}}_{ak}^+ = \hat{\mathbf{k}}_{ak}^- + \Delta \hat{\mathbf{k}}_{ak}^+$$

# Simulation & Result

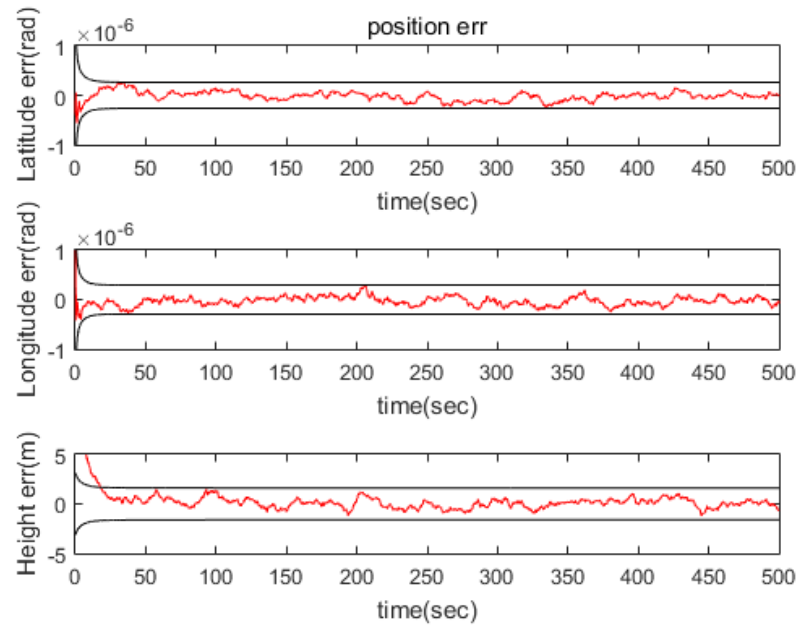
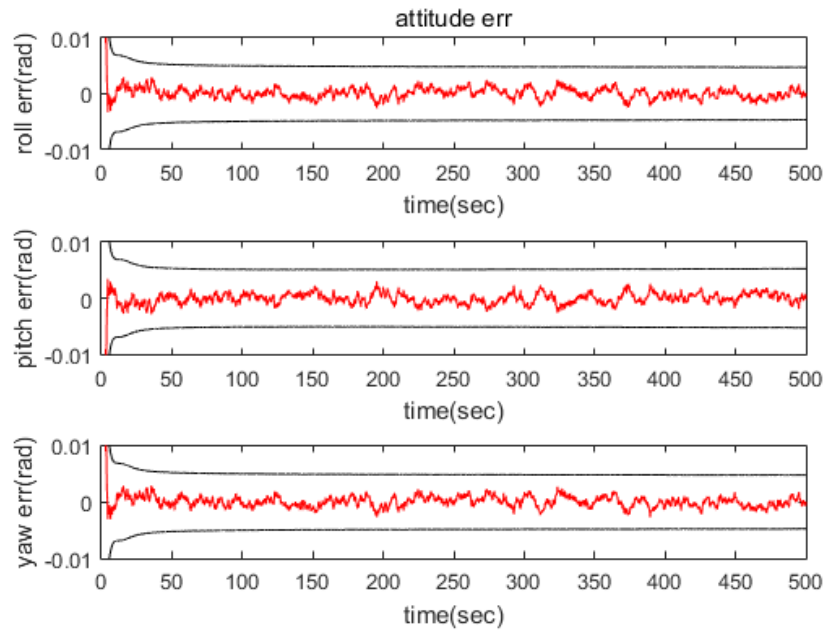
# Simulation

- GPS/INS/Magnetometer 통합항법 시뮬레이션
- Sensor : INS(Gyro, Accelerometer), GPS, Magnetometer
- Noise parameter

Gyro	$\sigma_g = 0.06 \text{ deg/s}$	$\sigma_{gb} = 0.1 \text{ deg/h}$
Accelerometer	$\sigma_a = 30 \text{ mg}$	$\sigma_{ab} = 9 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$
GPS	Pos : 6 m Vel : 0.5 m/s	-
Magnetometer	$\sigma_m = 3 \text{ mGauss}$	

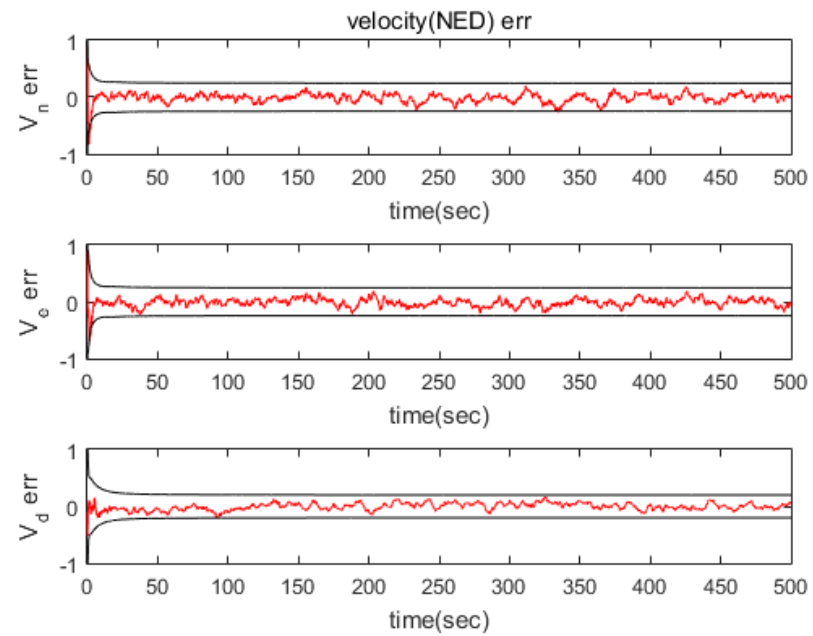
# Simulation

- Attitude & Position



# Simulation

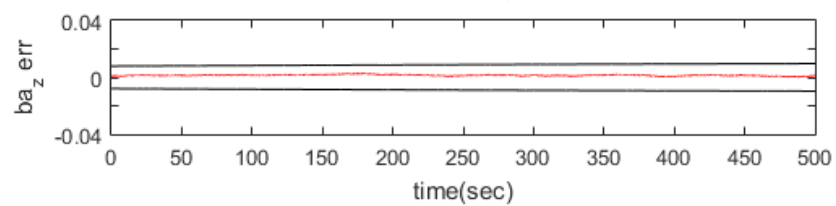
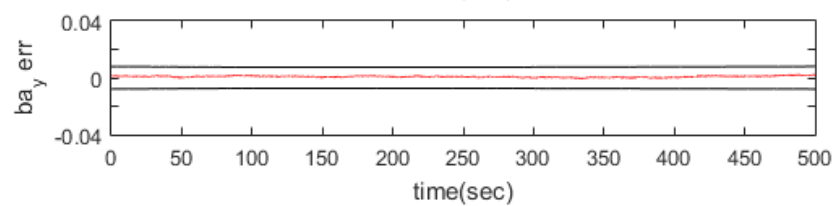
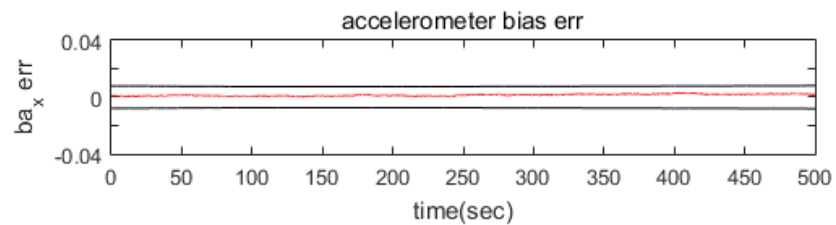
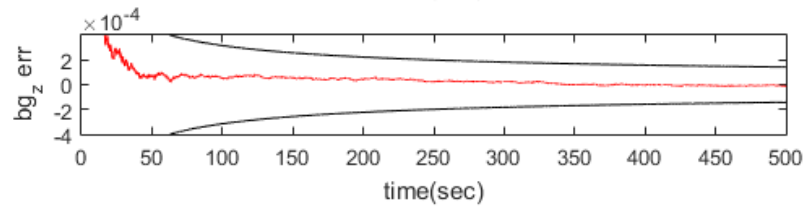
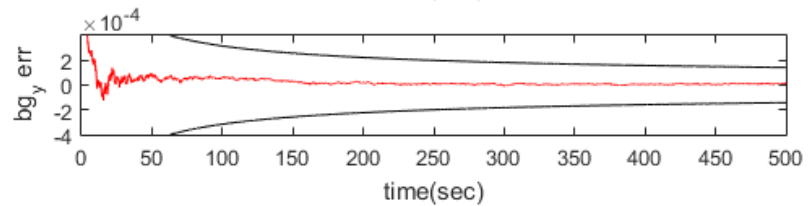
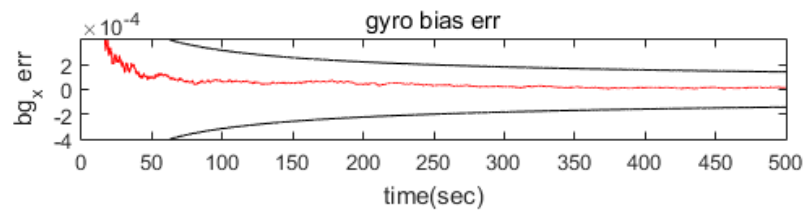
- Velocity





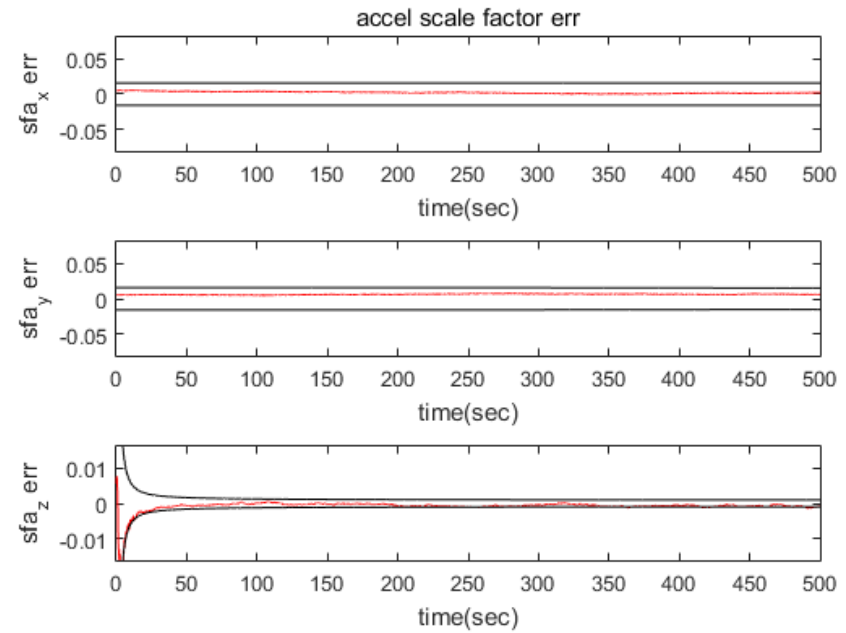
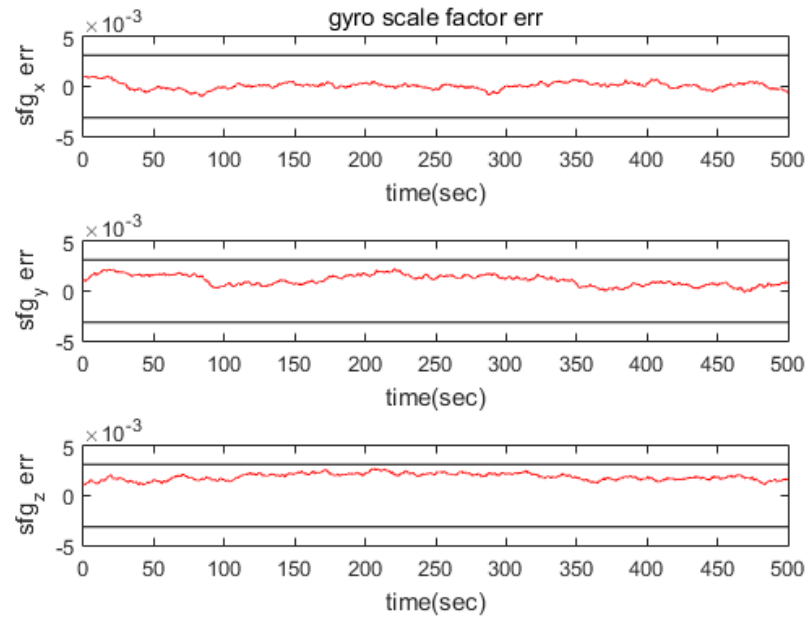
# Simulation

- Bias



# Simulation

- Scale Factor



# Result

- 항법 알고리즘을 이해하고 GPS/INS/Magnetometer를 활용하여 정밀한 자세, 위치, 속도등을 추정하는 필터를 설계했다.
- 또한, 이를 Matlab을 활용한 수치 시뮬레이션으로 본 연구에서 정한 state 21개가 모두 3sigma안에 수렴하는 것을 확인 하였다.
- 즉, 본 연구에서 설계한 Filter가 적절한 성능을 가짐을 검증했다.

# Future Plan

Integrated GPS / INS Navigation System Based  
on Uncorrelated UF

# Q & A

